# L'existence de l'espace et du temps selon Leonhard Euler

Michel Ghins
Professeur à l'Université catholique de Louvain

Lorsque l'on se pose la question de l'existence de l'espace et du temps, ou, mieux, celle de l'existence de l'espace-temps (puisque l'espace et le temps sont inséparables, même dans la mécanique classique), on rencontre (au moins) trois problèmes connexes qui, dans un premier temps et par souci de clarté conceptuelle, doivent être distingués.

En premier lieu, on peut se demander s'il *existe* «quelque chose», que l'on peut baptiser solennellement «espace-temps», en plus des événements physiques ou de ce que l'on appelle, dans le cadre de la théorie générale de la relativité, le contenu de matière et d'énergie de l'univers. Pour pouvoir poser cette question, il faut admettre au départ l'existence des événements. La notion d'événement mériterait d'être précisée. Mais ceci nous entraînerait trop loin. Contentons-nous ici d'un exemple d'événement : l'intersection de deux rayons lumineux. C'est là un événement quasi-ponctuel. Leibniz par contre partait de l'ensemble des substances (les monades) et, dérivativement, de l'ensemble des corps, des objets ordinaires. Pour Leibniz, seules les substances existaient, et l'espace-temps, qu'il concevait comme un système de relations possibles entre les corps, n'avait pas de réalité. L'espace-temps était pour lui quelque chose d'idéal, comme les nombres. Convenons d'appeler, dans le contexte de notre discussion, *idéaliste*, celui qui, comme Leibniz, refuse toute réalité ou existence à l'espace-temps, ou, en tout cas, lui dénie une réalité du même type que celle possédée par les événements ou les objets physiques. Le *réaliste*, toujours dans le contexte de notre discussion, sera celui qui défend l'existence de l'espace-temps, au même titre que celle des événements ou des objets physiques.

En second lieu, on peut se pencher sur *ce qu*'est l'espace-temps. S'agit-il d'un ensemble de points-individus, de propriétés ou de relations, ou d'une certaine combinaison de ces derniers ? Cette investigation est plutôt de nature logique ou mathématique. Aujourd'hui, on conçoit «un» espace-temps comme un *continuum* de points sur lequel est définie une structure, métrique par exemple, à l'aide de relations spécifiques entre les points de ce *continuum*. La question intéressante ici, d'un point de vue philosophique,

est d'examiner si les points comme les relations (on admet que les propriétés sont des cas particuliers de relations) sont idéaux ou réels. S'il est possible d'argumenter en faveur d'une position réaliste, il s'agit de déterminer si les points seuls sont réels, ou seulement les relations, ou les deux ensemble.

Ici les réalistes se divisent entre les partisans de l'existence d'un *continuum* de points réels, c'est-à-dire d'un *plenum* (Earman [1] les appelle les «manifold-substantivalists»), et ceux qui défendent l'existence des relations, sans pour autant souscrire à l'existence de points inoccupés par des événements physiques. Si l'on admet l'existence aussi bien des points que des relations, il reste à décider de la primauté des uns sur les autres. L'existence des relations est-elle fondée sur celle des points ? Ou est-ce l'inverse ? Ou encore, l'existence des points et celle des relations sont-elles indépendantes l'une de l'autre ?

Finalement, le réaliste peut s'interroger sur l'*indépendance* de l'existence de l'espace-temps, que ce soit comme *plenum* ou comme système de relations, par rapport aux événements ou aux objets. On qualifiera d'*absolutiste*, en un sens métaphysique [2], celui qui se prononce en faveur d'une existence indépendante de l'espace-temps. Tandis que la position contraire qui consiste à faire dépendre l'existence de l'espace-temps de celle du «contenu matériel» sera appelée *relationnaliste*.

Le débat sur l'existence de l'espace-temps, qui s'inscrit dans le prolongement de la controverse entre les absolutistes et les relationnalistes dont le coup d'envoi a été donné par Leibniz et Newton, est un débat contemporain, comme en témoignent les récents travaux d'Earman (1989), de Field (1985) et de Maudlin (1993) [3], parmi d'autres. Les discussions ont atteint un haut degré de technicité, surtout en ce qui concerne le statut de l'espace-temps, ou plutôt, des espaces-temps, dans le cadre de la théorie générale de la relativité. Nous voudrions ici nous limiter à une relecture, non pas de Newton et de Leibniz, dont les écrits ont déjà été amplement commentés (y compris par nous-mêmes), mais d'un auteur largement ignoré par les philosophes des sciences. Il s'agit de Leonhard Euler.

Euler s'exprime sur l'espace et le temps principalement dans un article intitulé *Réflexions sur l'espace et le temps* (1748) et en diverses sections de la *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum* (1765) et des *Lettres*

(1) J. EARMAN, *World enough and space-time*, p. 126.

(2) M. GHINS, *L'inertie et l'espace-temps absolu de Newton à Einstein : Une analyse philosophique*, p. 19.

(3) Cf. la bibliographie.

*à une Princesse d'Allemagne* (1772). Ses idées sont fort proches de celles de Newton qui, on le sait, se situait clairement dans le camp des réalistes, et avait défendu vigoureusement l'existence indépendante d'un *plenum* spatial et d'un *continuum* temporel. Mais, plus d'un demi-siècle s'est écoulé depuis la première édition des *Principia* en 1687. Les arguments d'Euler ne sont pas mêlés de considérations théologiques, au contraire de ceux de Newton qui ont conduit certains (à tort à notre avis [4]) à rejeter l'existence de l'espace et du temps absolus. Euler prend comme point de départ les lois du mouvement, les axiomes de la mécanique des points massifs, qui, à son époque et en partie sous son impulsion, commencent à être largement acceptés sur le continent européen, et son argumentation présente une allure plus moderne que celle de Newton dans le *Scholium* qui précède, dans les *Principia*, l'énoncé des trois fameuses lois. Il ne s'agit plus de donner des définitions préalables des termes «espace» et «temps», mais de prendre les axiomes comme point de départ assuré, de proclamer leur vérité et d'en déduire, selon une procédure qui n'est pas sans anticiper la démarche kantienne, les conditions de possibilité. Euler va montrer que si les axiomes sont vrais –et pour lui, ils le sont– l'espace et le temps sont nécessairement des réalités. Euler débute ses *Réflexions* par ces mots :

> «Les principes de la Mécanique sont déjà si solidement établis, qu'on aurait grand tort, si l'on voulait encore douter de leur vérité. Quand même on ne serait pas en état de les démontrer par les principes généraux de la Métaphysique, le merveilleux accord de toutes les conclusions, qu'on en tire par le moyen du calcul, avec tous les mouvements des corps tant solides que fluides sur la terre, et même avec les mouvements des corps célestes, serait suffisant pour mettre leur vérité hors de doute. C'est donc une vérité incontestable, qu'un corps étant une fois en repos restera perpétuellement en repos, à moins qu'il ne soit troublé dans cet état par quelques forces étrangères. Il sera de même certain, qu'un corps étant une fois mis en mouvement, le continuera perpétuellement avec la même vitesse et selon la même direction, pourvu qu'il ne rencontre des obstacles contraires à la conservation de cet état» [5].

(4) M. GHINS, *La rationalité de l'espace et du temps absolus chez Newton : Physique et théologie*, p. 142.

(5) L. EULER, *Réflexions sur l'espace et le temps*, p. 376.

Pour Euler, on le voit, la vérité des principes de la mécanique peut être établie sur la base de l'expérience seule, comme le prétendait déjà Newton (et en ceci il s'oppose évidemment aux cartésiens et à ce que dira plus tard Kant). Mais laissons de côté ici les difficultés de cette affirmation, pour nous concentrer sur la démonstration de l'existence de l'espace et du temps. Cette démonstration part du premier axiome seul, l'axiome d'inertie, qu'Euler divise en deux parties : la première traite du repos et la deuxième du mouvement rectiligne uniforme. Ceci ne veut pas dire bien entendu qu'Euler ne considérait pas le repos et le mouvement rectiligne et uniforme comme équivalents d'un point de vue mécanique. La *Theoria motus* ne laisse aucun doute à ce sujet.

L'argumentation dans les *Réflexions* se développe en trois étapes, à partir du seul principe d'inertie et sans prendre en considération le deuxième axiome de Newton (selon lequel l'accélération d'un corps est proportionnelle à la force exercée). La première, en partant de l'état de *repos* d'un corps, qui perdure en l'absence de forces extérieures, montre la réalité du lieu absolu et, par conséquent, celle d'un *continuum* de points. La deuxième se base sur le maintien de la *direction* de la vitesse d'un corps libre, pour défendre la réalité de directions absolues ou, comme nous pourrions le dire aujourd'hui, d'une structure affine. Enfin, la troisième étape part de la conservation de la vitesse *uniforme*, toujours pour un corps libre, bien entendu, pour en conclure la réalité d'une égalité absolue des intervalles spatiaux *et* temporels, c'est-à-dire, en langage moderne, d'une structure métrique. Cette manière de procéder me paraît résolument moderne, en ce sens qu'Euler s'efforce de montrer d'abord l'existence d'un *plenum*, pour le munir ensuite de structures de plus en plus fortes, affine d'abord, métrique ensuite.

Pour montrer le caractère réel, et non pas imaginaire ou idéal comme le proposent les Métaphysiciens (il s'agit évidemment des leibniziens), de l'espace et du temps, Euler montre qu'il n'est pas possible de donner une formulation équivalente aux «deux principes» énoncés (les deux parties de la loi d'inertie) en ayant recours uniquement à des relations entre les corps :

> «[...] s'il n'était pas possible de concevoir les deux principes allégués de la Mécanique, sans y mêler les idées de l'espace et du temps, ce serait une marque sûre, que ces idées n'étaient pas purement imaginaires, comme les Métaphysiciens le prétendent. On en devrait plutôt conclure, que tant l'espace absolu, que le temps, tels que les Mathématiciens se les figurent, étaient des choses réelles, qui subsistent même hors de notre imagination : puisqu'il serait absurde de soutenir, que des pures imaginations

> pouvaient servir de fondement à des principes réels de la mécanique» (6).

Le principe d'inertie affirme qu'un corps, appelons-le $A$, au repos le restera à moins que des forces externes n'y soient appliquées. Le repos signifie la permanence en un même lieu. Qu'est-ce que le lieu ? Les Métaphysiciens prétendent que le lieu d'un corps $A$ est défini par ses relations à d'autres corps $B$, $C$, $D$, $E$,... sans spécifier, ce qui nous entraînerait dans une régression, l'état de mouvement de ces corps. Il suffit donc, pour tirer le corps $A$ du repos, de mettre en mouvement un des corps de référence $B$, $C$, $D$, $E$... sans exercer de force sur le corps $A$. Le principe d'inertie s'en trouverait alors falsifié, ce qui, par hypothèse, est exclu. On pourrait alors proposer, non pas des corps quelconques, mais les étoiles dites «fixes». La capacité de rester en un lieu (comme de conserver l'état de mouvement rectiligne uniforme), c'est-à-dire l'inertie, se règlerait sur les étoiles :

> «S'ils [les Métaphysiciens] disaient que c'était par rapport aux étoiles fixes qu'il fallait expliquer le principe d'inertie, il serait bien difficile de les réfuter, vu que les étoiles fixes, étant elles-mêmes au repos, sont si éloignées de nous, que les corps qui se trouvent en repos par rapport à l'espace absolu, comme on le regarde dans la Mathématique, le seraient aussi par rapport aux étoiles fixes» (7).

Toutefois, le recours aux étoiles serait «contraire à quantité d'autres dogmes de la Métaphysique» (8). Euler ne précise pas lesquels, mais il semble que le rejet de l'action instantanée à distance par les leibniziens laisse peu de place pour une influence quelconque, par ailleurs très conjecturale, des étoiles sur l'inertie des corps.

Donc, le lieu ne peut pas être défini comme le proposent les leibniziens. Le lieu d'un corps ne peut être fondé sur des relations à d'autres corps. Il faut alors postuler l'existence d'une entité autre que les corps par rapport à laquelle la notion de «même lieu» ait un sens. Cette entité n'est autre que l'espace absolu. Un corps occupe un lieu dans l'espace absolu. Ce lieu est distinct de l'étendue «parce que l'étendue appartient au corps, et passe avec

(6) L. EULER, *Réflexions sur l'espace et le temps*, p. 378.
(7) L. EULER, *Réflexions sur l'espace et le temps*, p. 380.
(8) L. EULER, *Réflexions sur l'espace et le temps*, p. 381.

lui par le mouvement d'un lieu à l'autre ; au lieu que le lieu et l'espace ne sont susceptibles d'aucun mouvement» (9).

Le lieu étant une réalité, quelle est sa nature ? Pour Euler, comme pour Newton, il ne peut s'agir que d'un *continuum* de points, même si cette affirmation ne se retrouve pas comme telle dans les textes. L'étendue, ou le volume, d'un corps est manifestement une quantité continue, et le lieu occupé ne peut être lui aussi que continu. La réalité de l'espace absolu est celle d'un *plenum*.

Ceci étant acquis, cette existence est-elle indépendante des corps, ou, selon nos définitions, absolue au sens métaphysique ? Pour Newton, l'espace, comme le temps, étaient absolus au sens métaphysique. Euler quant à lui garde le silence sur la question. Il semble, à première vue, que l'existence du lieu ne doive rien à celle des corps, puisque la notion de lieu ne peut pas être définie à l'aide des corps. Mais, en fait, il se pourrait que le lieu, bien que ne pouvant pas être défini ou spécifié par rapport aux corps, dépende, quant à son existence, de ceux-ci, d'une manière qui nous est inconnue. Dès lors, la prudence nous recommande de suspendre notre jugement quant à l'existence *indépendante* de l'espace, du moins si nous voulons, comme le fait Euler, argumenter à partir de la physique. Cependant, il faut reconnaître qu'on ne trouve dans la physique newtonienne aucune indication sur la manière dont on pourrait concevoir une dépendance de l'existence de l'espace par rapport à celle des corps.

Venons-en à la deuxième étape de l'argumentation d'Euler qui s'appuie sur la conservation de la *direction* du mouvement d'un corps libre :

> «[...] de quelque manière que les corps se meuvent et changent de situation entre eux, cela n'empêche pas, qu'on ne conserve une idée assez claire d'une direction fixe que les corps tâchent de suivre dans leur mouvement, malgré tous les changements, que les autres corps subissent. D'où, il est évident, que l'identité de direction, qui est une circonstance fort essentielle dans les principes généraux du mouvement, ne saurait absolument être expliquée par la relation, ou l'ordre des corps coexistants. Donc il faut qu'il y ait encore quelque chose de réel, outre les corps, à laquelle se rapporte l'idée d'une même direction ; et il n'y

(9) L. EULER, *Réflexions sur l'espace et le temps*, p. 382.

> a aucun doute, que ce soit l'espace, dont nous venons d'établir la réalité» (10).

Selon une ligne de raisonnement similaire à celle utilisée pour prouver la réalité du lieu, Euler établit la réalité, distincte de celle des corps, de directions fondées dans l'espace absolu. Ceci revient, en langage moderne, à munir le *continuum* spatial d'une structure affine, c'est-à-dire d'une relation réelle de parallélisme. Rappelons-nous que c'est Euler qui, le premier, a formulé les axiomes de Newton sous la forme vectorielle utilisée encore de nos jours. Mais, à ce stade, nous n'avons pas encore de métrique.

L'existence d'une métrique spatiale, et temporelle, fait l'objet de la troisième étape de l'argumentation qui se base sur la constance de la *grandeur* de la vitesse d'un corps libre :

> «[...] puisque le mouvement uniforme décrit des espaces égaux en des temps égaux, je demande premièrement, qu'est-ce que c'est des espaces égaux, suivant le sentiment de ceux qui nient la réalité de l'espace ? [...] nous concevons, et le principe du mouvement nous apprend, que lorsqu'un corps parcourt des espaces égaux, l'égalité de ces espaces ne dépend nullement des autres corps, qui l'environnent, et qu'elle demeure la même, à quelques changements que soient exposés les autres corps».

> «[...] de quelle manière rendra-t-on intelligible l'égalité des temps ? [...] de quels changements, ou de quels corps, faut-il juger de l'égalité de [...] temps ?» (11).

Si, selon les leibniziens, l'espace est l'ordre des coexistants et le temps l'ordre des successions, une des grandes difficultés consiste à fonder une métrique (12). Si la métrique ne peut être fondée sur les corps, elle doit l'être sur l'espace absolu. Mais comment ? Pas plus que Newton, Euler ne nous donne une solution satisfaisante de ce problème qui est celui du caractère intrinsèque ou non de la métrique, et longuement discuté par, entre autres, Grünbaum.

(10) L. EULER, *Réflexions sur l'espace et le temps*, pp. 382-383.

(11) L. EULER, *Réflexions sur l'espace et le temps*, p. 384.

(12) M. GHINS, *L'inertie et l'espace-temps absolu de Newton à Einstein : Une analyse philosophique*, pp. 64-70.

Toujours est-il que l'argumentation d'Euler reste identique à elle-même. Si le principe d'inertie est vrai, ce qui rend possible sa vérité doit être réel. On est donc en droit de postuler l'existence d'une métrique spatiale et d'une métrique temporelle, distincte de celle des corps et irréductibles à ceux-ci. Euler défend à la fois la réalité du *continuum* des points et des relations métriques définies en lui, sans préciser si la réalité des relations se fonde sur celle des points ou en est indépendante. Comme Euler accorde au leibnizien que la définition du lieu et des relations métriques à partir des corps, si elle était satisfaisante, entraînerait leur idéalité, il ne pourrait, en restant cohérent, faire reposer la réalité des relations sur celle des points de l'espace. Il semble alors que les points et les relations sont non seulement des réalités indépendantes des corps, mais aussi des réalités indépendantes l'une de l'autre. L'existence des relations spatio-temporelles n'entraîne pas celle des points, ni l'inverse. Mais ces questions prennent une tournure nettement spéculative et Euler ne les développe pas.

Il faut souligner que la démarche d'Euler est très différente de celle de Newton. Celui-ci défendait l'existence de l'espace absolu à partir de la célèbre expérience du seau en rotation, à laquelle Euler ne fait même pas allusion. Sa préoccupation est celle de fonder la vérité des axiomes. Euler savait parfaitement, car il avait une conscience claire du principe de relativité, que les axiome sont vrais dans une classe de systèmes de référence : les systèmes inertiaux. La vérité des axiomes nécessite l'existence d'au moins *un* système inertiel. L'espace (et le temps) absolu, comme *plenum* muni d'une relation de parallélisme et d'une relation de congruence spatiale (et temporelle) constitue un tel système de référence inertial.

## Bibliographie

EARMAN (J.), *World enough and space-time*. – Cambridge ; Massachussets : Massachussets Institute of Technology Press, 1989. – (Bradford books).

EULER (L.), *Réflexions sur l'espace et le temps*, dans *Leonhardi Euleri opera omnia*, série III, t. 2 / sous la direction de A. SPEISER. – Basel : Birkhäuser, 1948. – pp. 376-383.

FIELD (H.), *Can we dispense with space-time ?*, dans *PSA 1984*, vol. 2 / sous la direction de P. ASQUITH et de Ph. KITCHER. – East Lansing ; Michigan : Philosophy of Science Association, 1985. – pp. 33-39.

GHINS (M.), *L'inertie et l'espace-temps absolus : Une analyse philosophique*. – Bruxelles : Académie Royale de Belgique, 1990. – (Mémoires de la Classe des lettres ; 2e série, t. LXIX, fascicule 2).

—, *La rationalité de l'espace et du temps absolus chez Newton : Physique et théologie*, in *Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences*, 1992, n°40, pp. 137-146.

GRÜNBAUM (A.), *Philosophical problems of space and time*. – Second enlarged edition. – Boston ; Dordrecht : D. Reidel Publishing Company, 1973. – (Boston studies in the philosophy of science ; 12).

MAUDLIN (T.), *Buckets of water and waves in space : Why spacetime is probably a substance*, in *Philosophy of Science*, t. LX, 1993, n°2, pp. 183-203.